

Пирамида Хеопса. О пользе совпадений

*Один раз – случайность, два
раза – совпадение, а три –
уже система!*

Вступление

Пирамида Хеопса. Несмотря на различные, порой диаметрально противоположные взгляды на природу данного феномена, к ней всегда будут обращаться исследователи. Люди, живущие в разные эпохи, имеющие различное образование и интересы не могли и, наверное, никогда не смогут равнодушно смотреть на это чудо. Пирамида Хеопса является одним из самых изучаемых объектов материальной культуры, оставшейся нам от прежних цивилизаций. Одним из самых изучаемых и одним из самых измеренных. Многие исследователи прошлого были твердо уверены в том, что в Великой пирамиде в зашифрованном виде сохранились древние знания. Возможность постичь логику формообразования пирамиды Хеопса значило для них получить некий ключ к знаниям, которые были забыты или утрачены. Откуда взялась эта уверенность? Что, в принципе, можно зашифровать в размерах пирамиды? Что могут значить несколько цифр? Длина основания, высота, апофема, площади, отношения достаточно хорошо изучены. В литературе они выражаются в метрической системе, в дюймах, парижских футах и туазах, в «королевских» локтях и так далее. Однако большинство исследователей обращает внимание на отношения, которые возникают при сопоставлении основных параметров пирамиды Хеопса, считая, что только безразмерные отношения смогут нам что-то подсказать.

В настоящее время у части исследователей сформировалось мнение о том, что в параметрах пирамиды зашифрованы отношения $\Phi = 1,618034\dots$ (коэффициент «золотого сечения») и $\pi = 3,1415926\dots$ (отношение длины окружности к её диаметру). Не так уж важно соответствует это истине или нет, важно, что распознать эти константы стало возможно потому, что наша цивилизация их уже знала несколько тысячелетий. Дискуссия ведется только о том, когда, во времена великих математиков Древней Греции или несколькими столетиями после рождения Христа, Φ и π вошли в повседневную жизнь нашей цивилизации. Таким образом, если речь идет только об этих константах, ключ к древним знаниям никогда не терялся или был обнаружен уже достаточно давно. Возможно, удастся обнаружить еще какую-нибудь константу, например $e = 2,7182818\dots$, но это не похоже на код. Возможно, мы чего-то не видим, и/или наша логика не применима к древним сооружениям и артефактам. Ведь, по большому счету, ничего из древних артефактов не вошло в научный и технический оборот. Человечество идет своим путем, темпы развития достаточно высоки и оно уже не нуждается в «подсказках». А может быть мы уже эти знания, что называется, «освоили» даже не заметив?

Тем не менее, есть некоторые совпадения цифр, относящихся к теме «Пирамиды и математика», которые, по крайней мере, удивляют. Этим совпадениям и посвящена эта статья.

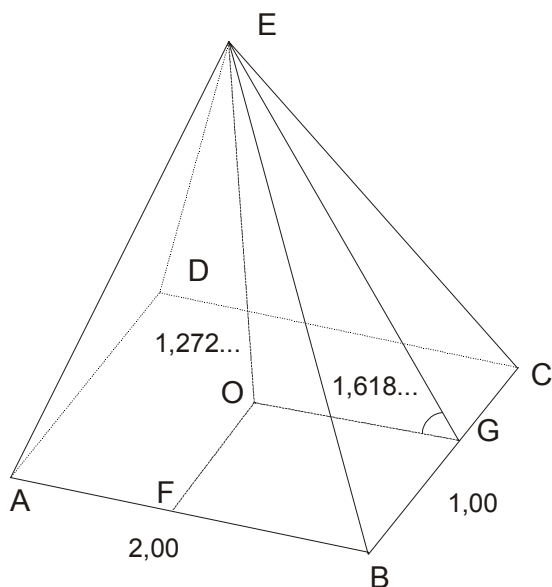
Пирамида Хеопса и сажени

Вначале несколько слов о размерах пирамиды Хеопса и других «больших» пирамидах. В декабре 2012 года в рамках семинара, который проводила Лаборатория альтернативной истории в Египте, мне удалось в спокойной обстановке осмотреть и, что называется, потрогать руками каждую из пирамид. Поскольку в различных статьях высказываются разные мнения о состоянии и принципиальной возможности провести измерения основных параметров пирамид, мне важно было самому принять решение, насколько эти цифры надежны. Что я увидел. Я буду говорить о пяти больших пирамидах, исключая пирамиду в Мейдуме.

Все пирамиды покоятся на платформах. Платформы (Дж.Х.Коул называет их вымосткой) имеют небольшую высоту и выступают относительно облицовки на 30 – 40 см. Для пирамиды Хеопса этот отступ составляет от 38 до 48 см. У всех пирамид сохранилось достаточное количество облицовочных плит для замеров угла наклона облицовки, причем, многие плиты находятся в приличном состоянии. У пирамиды Хеопса по углам платформы вбиты металлические стержни (наверное, это сделали исследователи и/или археологи), что позволяет четко видеть границу платформы. У остальных пирамид по углам видны раскопы, в которых можно увидеть углы платформ и линию соединения платформы и нижнего ряда блоков облицовки, правда, далеко не во всех случаях. Часть углов сильно разрушена. Но и этого достаточно, чтобы убедиться в том, что измерения размеров пирамид проводились, проводились по определенной методологии и цифры вполне надежны.

В основном специалисты и исследователи при анализе основных параметров пирамиды Хеопса используют среднее значение стороны основания около 230, 36 метра. Высота принимается около 146, 6 метра, апофема – 186,5 метра. В различных источниках можно встретить незначительные отклонения от указанных значений. Угол наклона граней пирамиды $51^{\circ} 50'$ или $51^{\circ} 51'$.

В различных источниках встречается, так называемая «математическая модель пирамиды Хеопса».



Математическая модель пирамиды Хеопса

Если принять сторону основания как 2, то высоту можно принять 1,2727..., и апофему – 1,6180...

Отношение высоты к апофеме равно 0,78615...

Угол наклона боковой грани составляет $51,8273^{\circ}$ или $51^{\circ} 51'$

Первое условие Геродота «Площадь боковой грани равна высоте пирамиды в квадрате»:

$$1 * 1,618... \approx (1,2727...)^2$$

Второе условие Геродота «Периметр основания

пирамиды при делении на удвоенную высоту дает π »:

$$2 * 4 / 2 * 1,2727... \approx 3,1428...$$

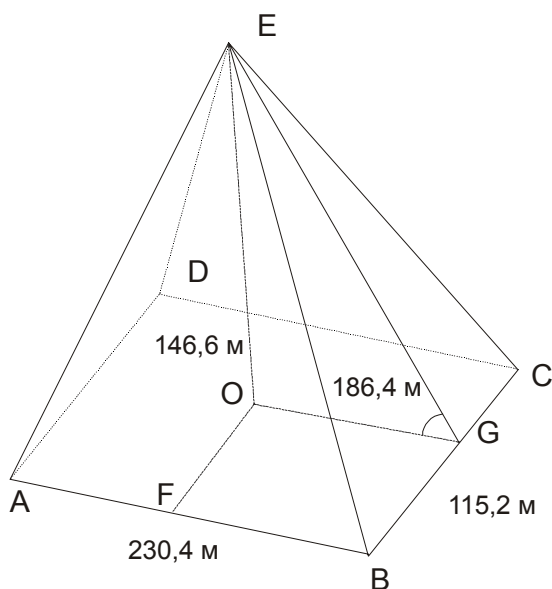
Насколько я понимаю, далеко не все согласны с такой моделью пирамиды Хеопса. Доводы разные, но главное, и с этим трудно спорить: - «Какими средствами получен такой результат, учитывая принятый на сегодня уровень математических знаний древнего Египта?»

В этом месте сделаем отступление и обратим внимание на таблицу русских сажень. Можно взять эту таблицу из материалов А.А. Пилецкого, книг А.Ф.Черняева или из Википедии. Но в любом случае, существует сажень «греческая» равная 230,4 см. Умножив её на 100, получим 230,4 метра. Отклонение около 4 см от среднего значения или 0,013%. Ну что же, один раз случайность. Но в таблице русских сажень есть еще сажень «церковная» равная 186,4 см. Умножив её на 100, получим 186,4 метра. Эта величина практически равна апофеме. Интересно! Но мы знаем, два раза – совпадение, а три – система. Можем ли мы увидеть в таблице русских сажень третий параметр пирамиды Хеопса, её высоту? На первый взгляд – нет. Но при спокойном рассмотрении, выясняется, что полусумма двух сажень, а именно, «малой» (142,4 см) и «простой» (150,8 см) при умножении на 100 дает искомый размер:

$$\frac{142,4 + 150,8}{2} * 100 = 14660 \text{ см} = 146,6 \text{ метра} \quad (1)$$

При этом, естественно, выполняются все обнаруженные исследователями отношения, а также «условия Геродота»:

- Отношение апофемы к половине основания составляет $186,4/115,2 = 1,618055(5)$
- Отношение периметра основания к удвоенной высоте составляет $3,143247(+)$
- Отношение площади боковой грани к квадрату высоты составляет $21473,28/21494,56 = 0,99915 (+)$
- Угол наклона граней составляет $51,84^\circ = 50^\circ 50,4'$



Модель пирамиды Хеопса на основе сажений

Сторона основания равна 230,4 метра, высот – 146,6 метра и апофема – 186,4 метра.

Отношение высоты к апофеме равно 0,78648...

Угол наклона боковой грани составляет $51,85783...^\circ$ или $51^\circ 50,4'$.

Первое условие Геродота:

$$115,2 * 186,4 = 21\,473,28 \text{ (метра}^2\text{)}$$

$$146,6^2 = 21\,491,56 \text{ (метра}^2\text{)}$$

Разница составляет 0,085 %

Второе условие Геродота:

$$230,4 * 4 / 146,6 * 2 = 3,143247 (+).$$

Таким образом, имеет место **совпадение I:**

Основные параметры пирамиды Хеопса могут быть выражены сажнями 230,4 см; 186,4 см; 142,4 см и 150,8 см, при минимальных преобразованиях. Причем 230,4 см и 186,4 см берутся из таблицы без изменения.

При этом можно отметить **совпадение II:**

Частное от деления 186,4 на 115,2 равно частному от деления 233 на 144. При этом 233 и 144 это числа Фибоначчи. Так, $186,4/115,2 = 233/144 = 1,618055(5)$.

Поскольку в дискуссиях по теме «Пирамиды и математика» обязательно упоминаются числа Фибоначчи, рассмотрим числа Фибоначчи с учетом обнаруженных совпадений.

Числа Фибоначчи: 0; 1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21; 34; 55; 89; 144; 233; 377; 610; 987; 1597; 2584; 4181; 6765; 10946; ... и так далее.

Этот ряд публиковался несчетное число раз, да и таблица русских сажений была опубликована многократно. Однако при внимательном рассмотрении этих двух таблиц нас ожидает сюрприз! Назовем его **совпадением III:**

Сажени «кладочная» 159,7 см и сажень (без названия) 258,4 см равны 17 и 18 числам Фибоначчи (выраженным в см).

Но мы знаем, два раза – совпадение, а три – система. Примем, что числа Фибоначчи некий размер в мм. При умножении 17-го числа Фибоначчи (987) на 2, получается следующий результат:

$987 * 2 = 1974$ (мм) = 197,4 см. Это сажень «царская». Продолжим наш поиск и совпадения посыпались как из рога изобилия. Действительно:

- 610 * 4 = 2440 = 244,0 см – сажень «великая»
- 377 * 4 = 1508 = 150,8 см – сажень «простая»
- 233 * 8 = 1864 = 186,4 см – сажень «церковная»
- 144 * 16 = 2304 = 230,4 см – сажень «греческая»
- 89 * 16 = 1424 = 142,4 см – сажень «малая»
- 55 * 32 = 1760 = 176,0 см – сажень «народная»
- 34 * 64 = 2176 = 217,6 см - сажень «казенная»
- 21 * 64 = 1344 = 134,4 см - сажень «без имени»
- 13 * 128 = 1664 = 166,4 см
- 8 * 256 = 2048 = 204,8 см
- 5 * 256 = 1280 = 128,0 см

Для полноты картины добавим еще два числа Фибоначчи (19-е и 20-е), деленные на 2 и 4 соответственно:

- $4181 / 2 = 2090,5 = 209,05$ см
- $6765 / 4 = 1681,25 = 169,125$ см

Отметим совпадение IV:

Все русские сажени могут быть выражены произведением чисел Фибоначчи на 2 в степени n.

Теперь становится понятным, почему при исследовании параметров пирамиды Хеопса «всплывают» **Ф** и **π**. Дело в том, что числовые значения основных параметров пирамиды Хеопса весьма близки к 186,4 метра (апофема) и 230,4 метра (сторона основания). И если даже будет доказано, что это случайность, отношение числа близкого к 186,4 к половине числа близкого к 230,4 будет давать результат близкий к 1,6180...

Рассмотрим отношение периметра основания к удвоенной высоте. Периметр основания весьма близок к 921,6 метра. Через числа Фибоначчи это выглядит как $144 \text{ мм} * 16 * 4 * 100 = 921600 \text{ мм} = 921,6$ метра. А высота может быть выражена через сажени 142,4 см и 150,8 см. Преобразование дает:

$$\frac{89*16 + 377*4}{2} * 100 = (89*8 + 377*2) * 100 = 146600 \text{ мм} = 146,6 \text{ метра} \tag{2}$$

Разделив периметр на удвоенную высоту, получим:

$$\frac{144 * 16 * 4 * 100}{2 * (89 * 8 + 377 * 2) * 100} = \frac{144 * 16}{89 * 4 + 377} = 3,143247(+) \quad (3)$$

Тот же результат можно получить и иначе. Так как отношение

$$\frac{1508}{1424} = \frac{377 * 4}{89 * 16} = \frac{377}{89 * 4} = 1,059 (+), \text{ то полусумму можно представить как } 1424 * 1,0295 (+) \text{ мм.}$$

Тогда
$$\frac{144 * 16 * 4 * 100}{2 * 89 * 16 * 100 * 1,0295...} = \frac{144 * 2}{89 * 1,0295...} = \frac{3,235955...}{1,0295...} = 3,14323 (+). \quad (4)$$

Расхождение в пятом знаке после запятой связано с тем, что 1,059... и, соответственно, 1,0295... - числа иррациональные.

Можно отметить, что 1,059017... получается по формуле $\frac{F_n}{4 * F_{n-4}}$, где F_n - число Фибоначчи при достаточно больших n (его иногда называют «шаг Хеси Ра»).

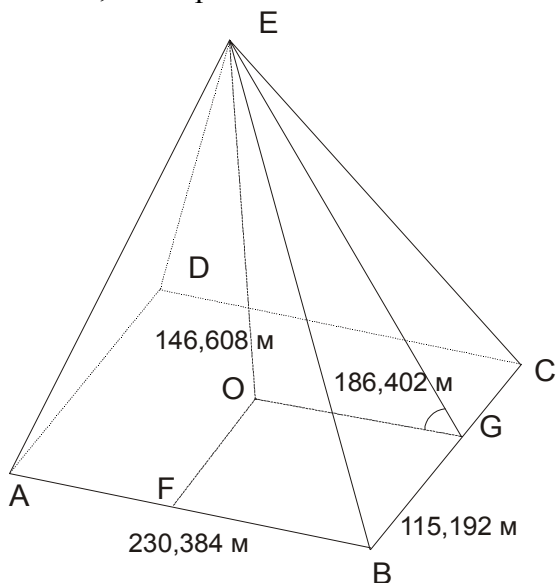
Если принять, что параметры пирамиды Хеопса не будут пересмотрены кардинально, а для этого, похоже, нет оснований, отношение апофемы к половине стороны основания будет таким как сейчас $\approx 1,618$, а отношение периметра основания к удвоенной высоте будет около 3,1432!

Вариант Петри

Существует и другой вариант представления основных параметров пирамиды Хеопса. Его можно назвать «вариант Петри».

Длина основания принимается как $440 * 52,36 \text{ см} = 23038,40 \text{ см} = 230,384 \text{ метра}$, где 52,36 – «королевский» локоть древнего Египта.

Апофема равна $356 * 52,36 \text{ см} = 18640,16 \text{ см} = 186,402 \text{ метра}$, а высота равна $280 * 52,36 \text{ см} = 146,61 \text{ метра}$.



Модель пирамиды Хеопса в «традиционном» варианте

Сторона основания равна 230,384 метра, высот – 146,608 метра и апофем – 186,402 метра.

Отношение высоты к апофеме равно 0,78651...

Угол наклона боковой грани составляет 51,861182...° или 51° 52'.

Первое условие Геродота:
 $115,192 * 186,402 = 21\,472,02 \text{ (метра}^2\text{)}$
 $146,6^2 = 21\,491,56 \text{ (метра}^2\text{)}$

Второе условие Геродота:
 $230,384 * 4 / 146,608 * 2 = 3,142857...$

Совпадение красивое! Назовем его **совпадение V**:

Основные параметры пирамиды Хеопса, полученные двумя различными способами, практически совпадают!

Но оно становится еще более удивительным, когда мы увидим, что число локтей 440, 356 и 280 также выражаются через числа Фибоначчи. В данном случае результат достигается при помощи другой «четверки» последовательных чисел Фибоначчи — 34, 55, 89 и 144. Действительно:

$$440 = 55 * 8$$

$$356 = 89 * 4$$

Что касается высоты. Необходимо сделать отступление.

Для любых четырех последовательных чисел Фибоначчи $(F_{n-2}; F_{n-1}; F_n; F_{n+1})$ выполняется следующее отношение: $F_n^2 \approx F_{n-1}^2 + \left(\frac{(F_{n-2} * 2 + F_{n+1} / 2)}{2} \right)^2$. (5)

Отклонение правой части формулы в пределе стремится к 0,041%. Для практических целей это отклонение неумовимо.

В связи с данным свойством чисел Фибоначчи возникает **совпадение VI**. Всем хорошо известен «священный Египетский треугольник». Принято считать, что он получается возведением в квадрат трех последовательных натуральных чисел — 3; 4; 5. Но оказывается, что формула (5) для четырех последовательных чисел Фибоначчи — 2; 3; 5; 8, дает такой же результат! Правда это совпадение не имеет отношение к теме данной статьи. **Или имеет, и за этим стоит нечто большее?**

Однако вернемся к пирамиде Хеопса. Если основание и апофема могут быть выражены через Числа Фибоначчи 55 и 89, тогда высоту можно принять как $(34*2 + 144/2)/2 = 70$. Хотя по Пифагору это выражение равно 69,97142...

Варианты

Итак, мы имеем два варианта интерпретации основных размеров пирамиды Хеопса.

Вариант	Модуль (см)	Количество (шт)	Результат (см)	Примечание
«Сажени»				Модуль - ЧиФ
Основание	230,4	100	23040	144 мм * 16
Апофема	186,4	100	18640	233 мм * 8
Высота	146,6	100	14660	(89*16+377*4)/2 мм
«Петри»				Модуль - кол-во
Основание	52,36	440	23038,4	55 *8
Апофема	52,36	356	18640,16	89 *4
Высота	52,36	280	14660,8	(34*2+144/2)/2=70*4

Наверняка у каждого из этих вариантов будут свои сторонники, но только один из них верный. Один является отражением другого. Дело в том, что частное от деления (одно из свойств чисел Фибоначчи) $\frac{2F_n}{F_{n-2}}$ стремится к 5,236068... Поэтому $2*144 = 288$, а $288/55 = 5,236$ (36), и тогда $144 * 16 \approx 55 * 8 * 5,236$ или $2304,0 \approx 2303,84!$

Почему так произошло? Наверное, только потому, что основные параметры пирамиды Хеопса могут быть с хорошим приближением представлены числами Фибоначчи 89; 144; 233 и 377. Поскольку исследователи рассматривали только отношение апофемы к половине основания, да и то не в «естественном» виде, а с округлением «около 1,618», то числа Фибоначчи «вышли из тени» и преподнесли всем нам сюрприз.

Интересно отметить следующее. При основании 230,4 метра и апофеме 186,4 метра «идеальная» высота составляет 146,54 метра. А для «идеального» отношения периметра основания $230,4 * 4 = 921,6$ метра к удвоенной высоте (что бы получить π) высота должна быть 146,6772 (+).

Есть на что посмотреть: **146,54 — 146,6 — 146,68!** Отклонение около 7 см в обе стороны или +/- 0,053%, а сколько было сломано копий!

И последнее, на сегодняшний день, **совпадение VII!** В литературе можно встретить упоминание о том, что пирамида Хеопса представляет собой «модель Земли». Речь идет о том, что если представить периметр основания пирамиды Хеопса в качестве длины экватора Земли, то высота пирамиды будет практически равна полярному радиусу геоида.

Длина окружности экватора – 40 075 205 метров;

Радиус экватора геоида – 6 378 167 метров;

Половина полярной оси – 6 353 911 метров.

Отношение длины основания пирамиды Хеопса к удвоенной высоте равно 3,1432..., и в этом случае радиус будет равен $40\,075\,205/2 * 3,1432 = 6\,374\,905$ (метров), что очень близко к радиусу экватора геоида.

Такой же результат получится, если в качестве длины окружности принять путь, который проходит Земля в своем годовом движении вокруг Солнца (среднее расстояние от Земли до Солнца), или путь, который проходит Солнечная система за полный оборот вокруг центра нашей галактики (среднее расстояние от Солнца до центра галактики) или ..., в общем, не важно, главное, что отношение 3,1428... или 3,1432... дает вполне хорошее приближение.

Почему так получается? Дело в том, что

$$92140 \text{ см} = (4 * 14,4 * 16 * 100) \text{ см}, \text{ а } 14660 \text{ см} = (2 * 8,9 * 16 * 100 * 1,0295) \text{ см}.$$

Поделив одно на другое, получим 3,14323 (+).

Формула выглядит так: $\frac{2*F_n}{F_{n-1}*1,0295}$, где F_n – число Фибоначчи, и при достаточно

больших n , данное выражение будет стремиться к 3,14334 (+).

Подведем итоги

1. О том, что «арабские» цифры и числа Фибоначчи появились в Европе не раньше XII века хорошо известно. Мы используем для анализа древних сооружений метрическую систему, принятую в XIX веке. Наверное, если взять иную систему, например дюймы, цифры не будут выглядеть не так красиво, но все соотношения сохранятся.
2. Основные размеры пирамиды Хеопса (сторона основания, апофема и высота) МОГУТ быть выражены числами Фибоначчи 89; 144; 233 и 377. В этом случае выполняются «условия Геродота» об основных соотношениях параметров пирамиды. Даже если удастся доказать, хотя и не понятно — как, что Архитектор «не это имел ввиду», все указанные отношения останутся. То же самое касается и геометрических построений «вокруг» размеров пирамиды.
3. Что касается системы сажень. Учитывая, что все сажени, которые относятся к категории «русских сажень», могут быть выражены через числа Фибоначчи путем умножения их на 2 в степени **n** по определенным правилам, все равно предстоит выяснить, как такое могло случиться? Кроме того, при изучении локтей и/или полусаженей, которые получаются при делении сажень на 2; 4 и, иногда, на 8, получается много замечательных совпадений! Это и 83,2 см — возможно, «мегалитический ярд» А.Тома, и 44 см — «аттический» локоть, и 64,4 см и т. д. Кроме того есть два размера — 30,5 см и 29,65 см. Один из них, похоже - «римский фут»
4. «Королевский» локоть или «локоть фараона». В литературе он встречается с различными цифровыми показателями, но раз уж мы коснулись чисел Фибоначчи, выраженным в миллиметрах, предлагаю обратить внимание на число Фибоначчи под номером 19. Если поделить его на 8 то получим: $4181/8 = 522,625$ мм или 52,26 см! В Лувре хранится египетский измерительный инструмент, который относится к XVIII династии, его размеры 52,3 см. Неплохое **совпадение VIII**. А вот с локтем 52,36 см, похоже, нужно быть очень осторожным и помнить какой сюрприз он преподнес.
5. Для тех, кому интересно. Рекомендую в любой электронной таблице расположить по горизонтали числа Фибоначчи от 4 до 20-го включительно и дополнить таблицу последовательным умножением на 2; 4; 8 и так далее до 512, а так же поделить каждое число на 2; 4 и 8. Затем возьмите «русские сажени» из Википедии и сравните. Не пожалеете!
6. Достаточно часто исследователей пирамиды Хеопса упрекают в том, что они слишком много внимания уделяют только ей и мало внимания уделяют остальным «большим» пирамидам. Особенно это касается тех исследователей, кто находит некие закономерности и/или соотношения в «Великой пирамиде», так как, по мнению оппонентов, обнаруженные закономерности, должны проявляться в остальных пирамидах. И они правы! Они в них действительно проявляются, причем еще интереснее. Но это уже другая история.